光的衍射

14 波动光学

任课教师　[曾灏宪]()

中原工学院　理学院

内容回顾

光程

- 物理光学的基础内容：干涉和衍射
- 基于相同的分析原理：干涉加强/减弱
- 分析方法：光程

光程 = 几何路径 $\boldsymbol{r}$ × 介质折射率 $\boldsymbol{n}$

$$\Delta\varphi = 2\pi\left(\frac{r_2}{\lambda_2} - \frac{r_1}{\lambda_1}\right) = 2\pi\frac{\delta}{\lambda}$$

δ → 光程差

λ → 真空中波长

$$\delta = \begin{cases} \pm 2k\cdot\dfrac{\lambda}{2} & \text{明纹} \\ \pm(2k+1)\cdot\dfrac{\lambda}{2} & \text{暗纹} \end{cases} \qquad k = 0, 1, 2, \cdots$$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 - 2\pi\frac{\delta}{\lambda}$$

$\delta \longrightarrow$ 光程差

$\lambda \longrightarrow$ 真空中波长

$$\delta = \begin{cases} \pm 2\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{\pi} \\ \pm(2\boldsymbol{k}+1)\cdot\boldsymbol{\pi} \end{cases} \quad \boldsymbol{k} = 0, 1, 2, \cdots$$

相长 ～ 明

相消 ～ 暗

$\Updownarrow$ 等价

$$\delta = \begin{cases} \pm 2\boldsymbol{k}\cdot\dfrac{\boldsymbol{\lambda}}{2} \\ \pm(2\boldsymbol{k}+1)\cdot\dfrac{\boldsymbol{\lambda}}{2} \end{cases} \quad \boldsymbol{k} = 0, 1, 2, \cdots$$

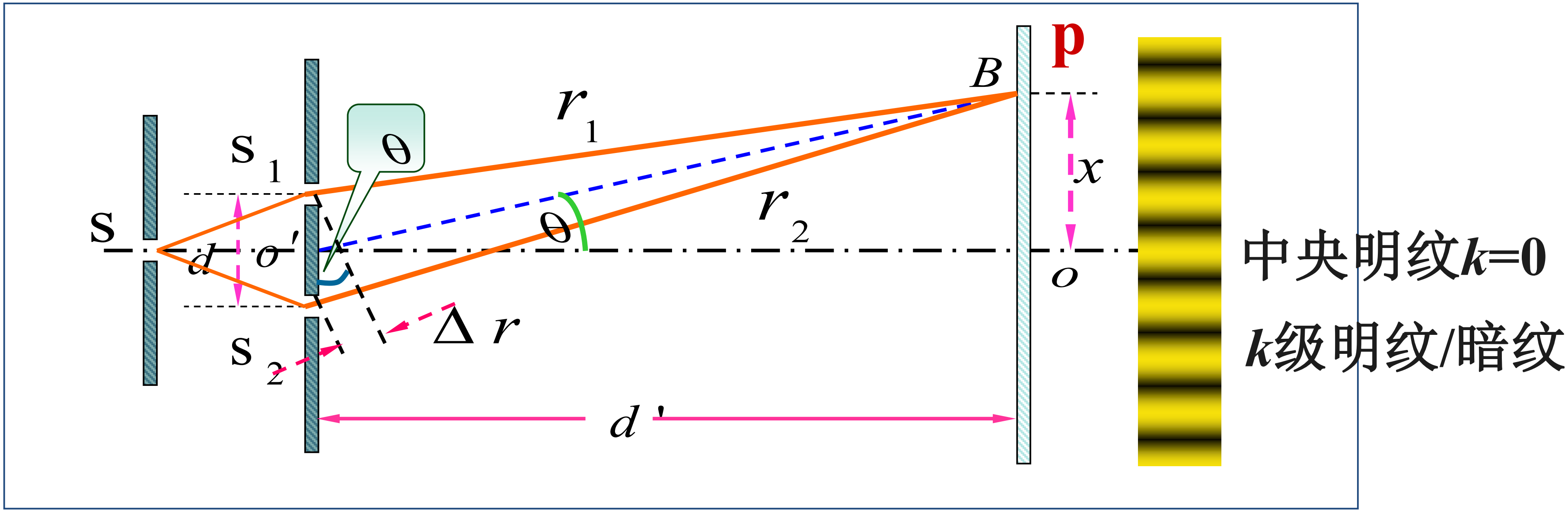
明纹

暗纹

干涉举例

- 杨氏双缝干涉
- 薄膜干涉
  - 等倾干涉
    - 迈克尔逊干涉仪
  - 等厚干涉
    - 增反膜/增透膜
    - 劈尖
    - 牛顿环

杨氏双缝干涉



光程计算：此处装置在真空中，折射率 $n = 1$。

➢ $\Delta r = nd\sin\theta \approx \begin{cases} \pm 2k\dfrac{\lambda}{2} & \text{加强} \\ \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{减弱} \end{cases}$ $\quad k = 0, 1, 2, \cdots$

k 取值与条纹级次一致

x, d, d', n, λ 的关系

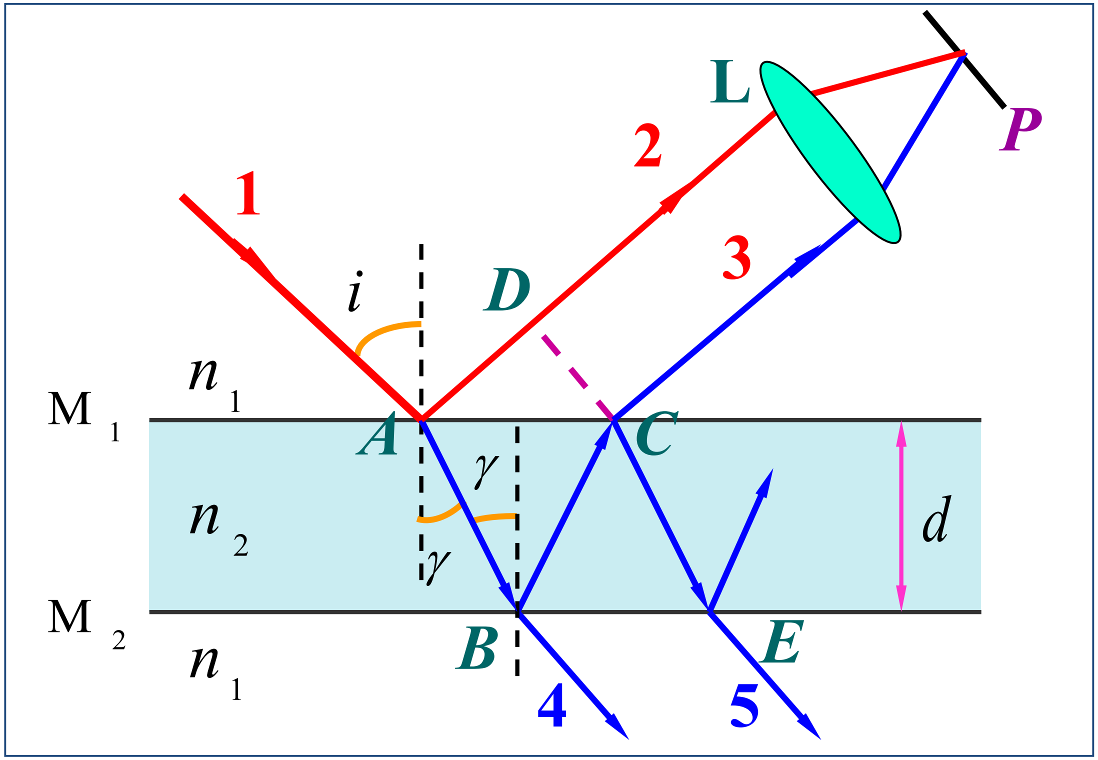
- 干涉明纹/暗纹位置

$$x = \begin{cases} \pm k \dfrac{d'}{d}\lambda & \text{明纹} \\ \pm \dfrac{d'}{d}(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{暗纹} \end{cases} \qquad k = 0, 1, 2, \cdots$$

- 条纹间距

$$\Delta x = x_{k+1} - x_k = \frac{d'\lambda}{d} \qquad (\Delta k = 1)$$

薄膜干涉



- 反射光：$\delta_r = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$

- 透射光：$\delta_t = \delta_r - \frac{\lambda}{2}$

若λ、n_1、n_2一定，Δ与 d、i 有关

$$\Delta_{反} = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \lambda / 2$$

(1) 薄膜厚度均匀(d 一定)，Δ 随入射角 i 变化

同一入射角 i 对应同一干涉条纹

干涉条纹与等倾线相同(同心圆环)

$\Bigg\}$ 等倾干涉

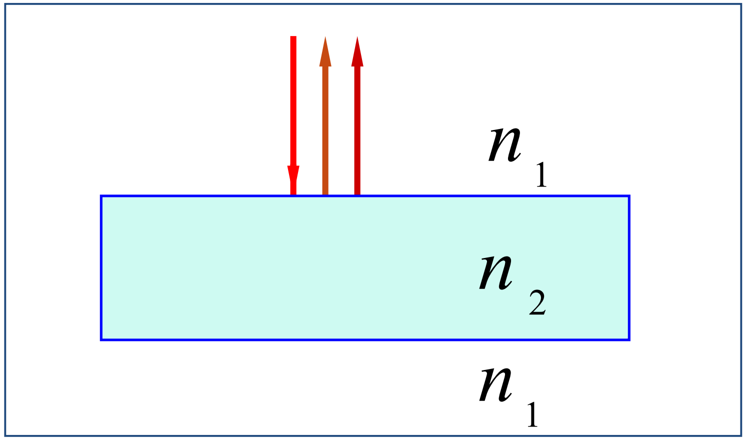
(2) 入射角 i 一定(平行光入射)，Δ 随薄膜厚度 d 变化

薄膜同一厚度处对应同一干涉条纹

条纹形状与薄膜等厚线相同

$\Bigg\}$ 等厚干涉

增透膜/增反膜



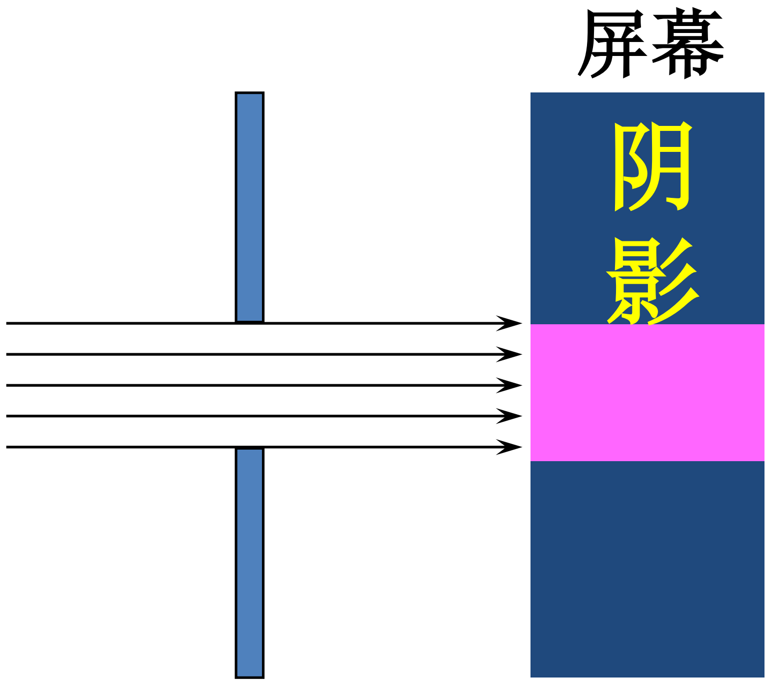
- 增透膜：利用薄膜上、下表面反射光的光程差符合相消干涉条件来减少反射，从而使透射增强。
- 增反膜：利用薄膜上、下表面反射光的光程差满足相长干涉，因此反射光因干涉而加强。

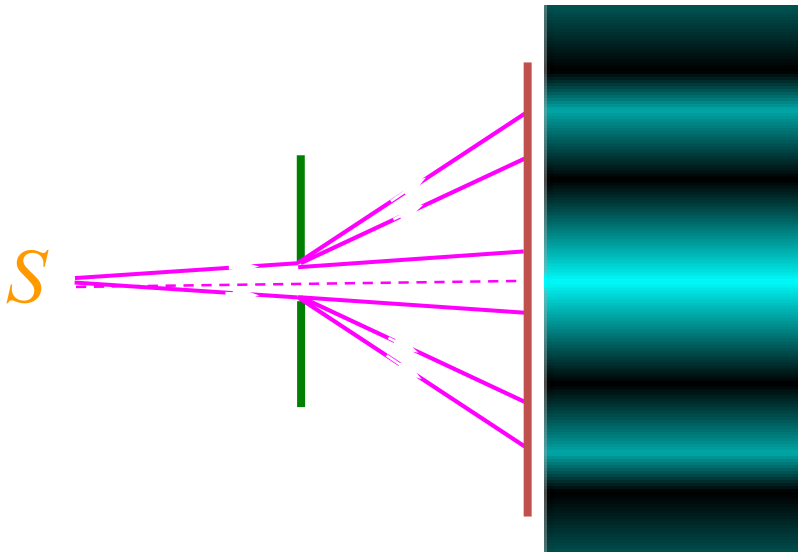
大学物理（下）

14　波动光学

14.5 光的衍射

一　光的衍射



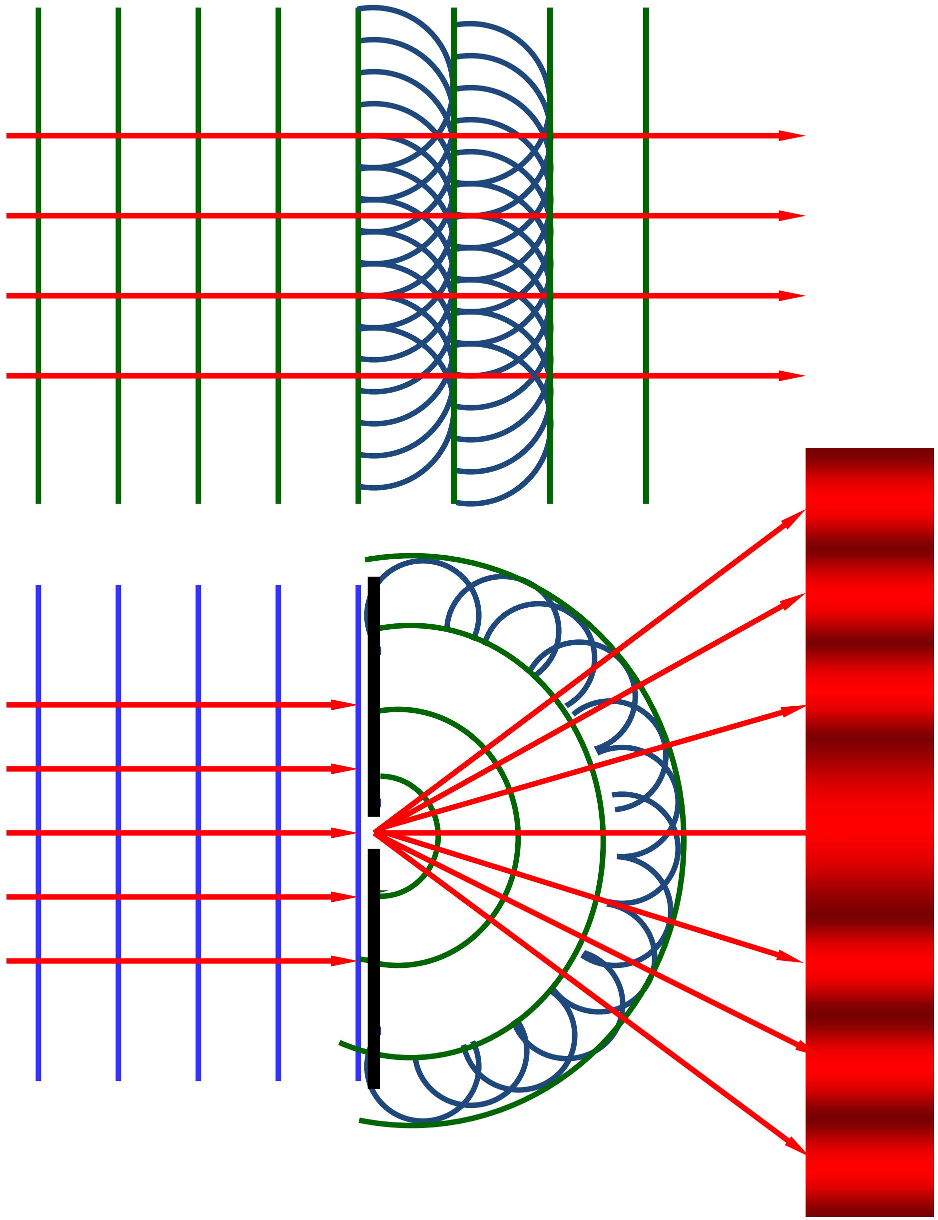


缝较大时，光是直线传播的　　　　缝很小时，衍射现象明显

衍射　光在传播过程中绕过障碍物的边缘而偏离直线传播的现象。

衍射现象是否明显取决于障碍物线度与波长的对比，波长越大，障碍物越小，衍射越明显。

二 惠更斯-菲涅尔原理



惠更斯：光波阵面上每一点都可以看作新的子波源，以后任意时刻，这些子波的包迹就是该时刻的波阵面。

——1690年

惠更斯解释不了光强明暗分布！

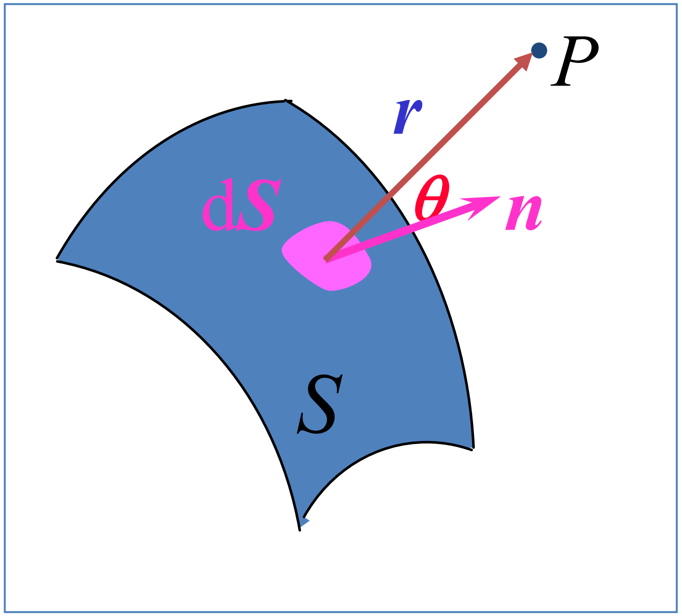
菲涅耳补充：从同一波阵面上各点发出的子波是相干波。

——1818年

菲涅耳原理

① 对子波的振幅和相位作了定量描述

波面上各面元 —— 子波源



- 各子波初相位相同 φ_0
- 子波在 P 点相位

$$\omega t+\varphi_0-2\pi\frac{r}{\lambda}$$

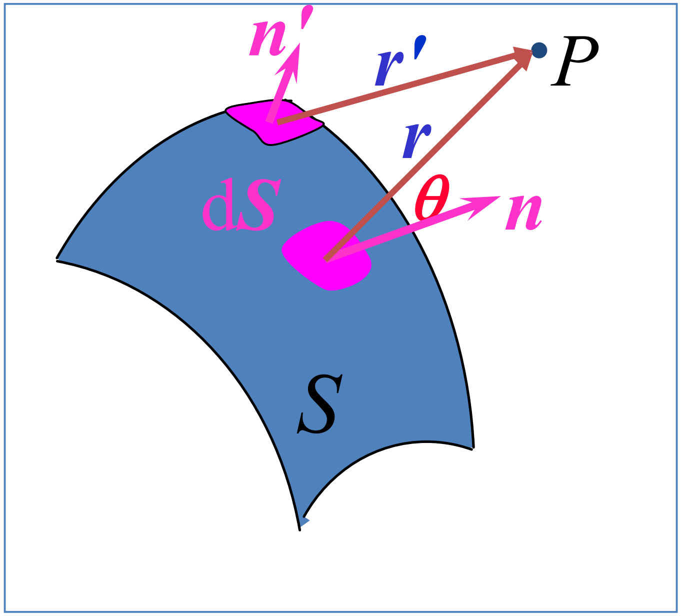
- 子波在 P 点振幅满足

$$\underbrace{A\propto\frac{1}{r}}_{\text{距离因子}};\quad A\propto\underbrace{\frac{1}{2}(1+cos\theta)}_{\text{倾斜因子 [0, 1]}}dS$$

子波在 P 点表达式:

$$dE=A_0\cdot\frac{1}{r}\cdot\frac{1}{2}(1+cos\theta)\cdot cos\left(\omega t+\varphi_0-2\pi\frac{r}{\lambda}\right)\cdot dS$$

② 空间任一点*P* 的振动为所有子波在该点引起振动相干叠加的结果



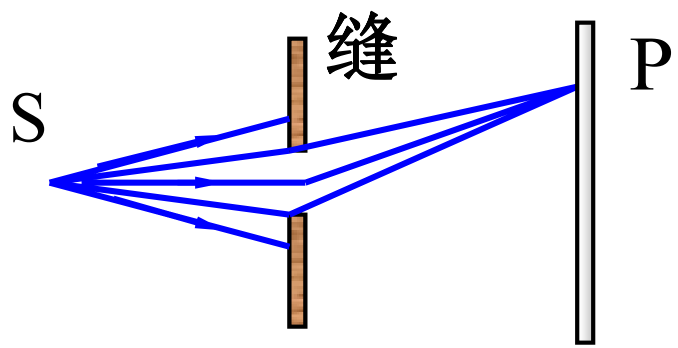
合振动：$E = \int dE$

衍射本质：　子波的相干叠加

$\left\{\begin{array}{l}\text{有限个分立的相干波叠加 —— 干涉} \\ \text{无限多个连续分布子波源相干叠加 —— 衍射}\end{array}\right.$

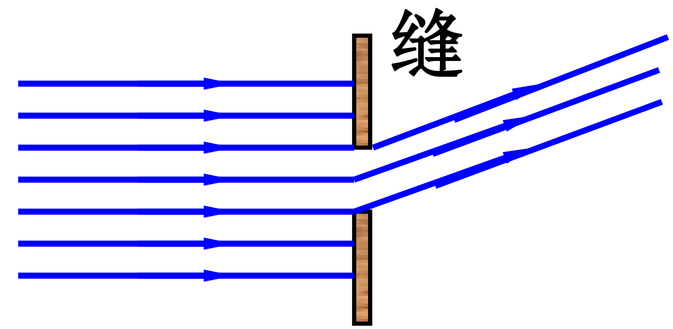
三　菲涅尔衍射和夫琅禾费衍射

菲 涅 尔 衍 射



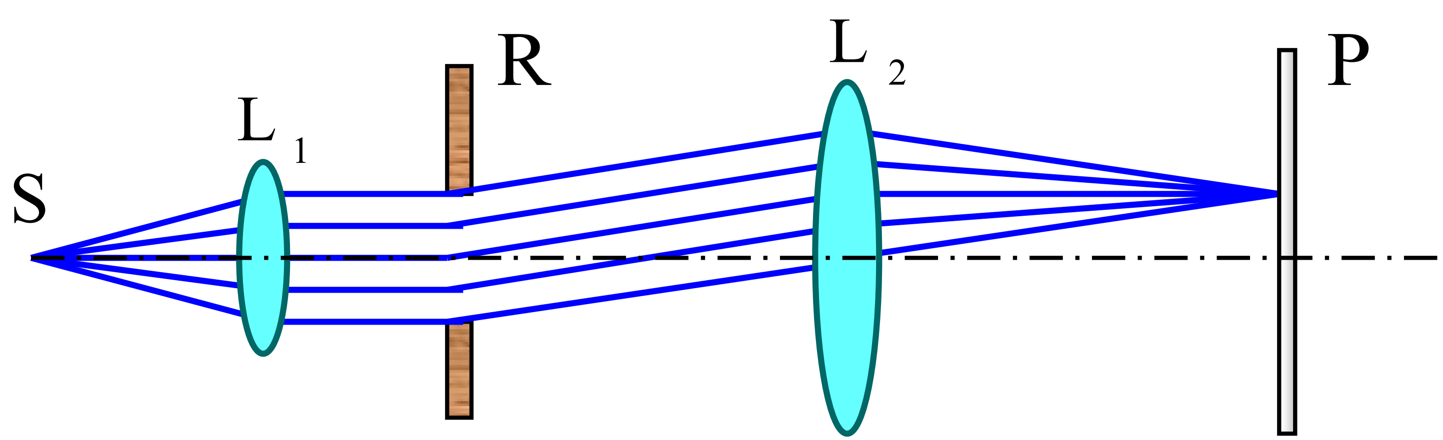
光源、屏与缝相距有限远

夫 琅 禾 费 衍 射



光源、屏与缝相距无限远

夫琅禾费衍射在实验中实现

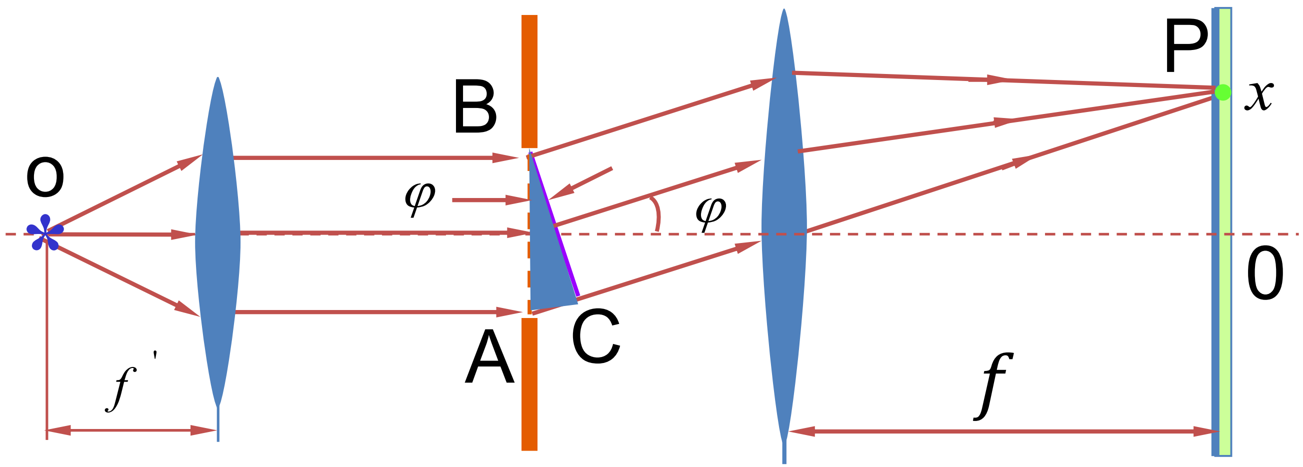


大学物理（下）

14　波动光学

14.6 单缝衍射

（一）典型装置



(单缝夫琅禾费衍射典型装置)

A, B ⟶ P的光程差 $\delta = AC = a\sin\varphi$ （ $\boldsymbol{a}$ 为缝 $\boldsymbol{AB}$的宽度 ）

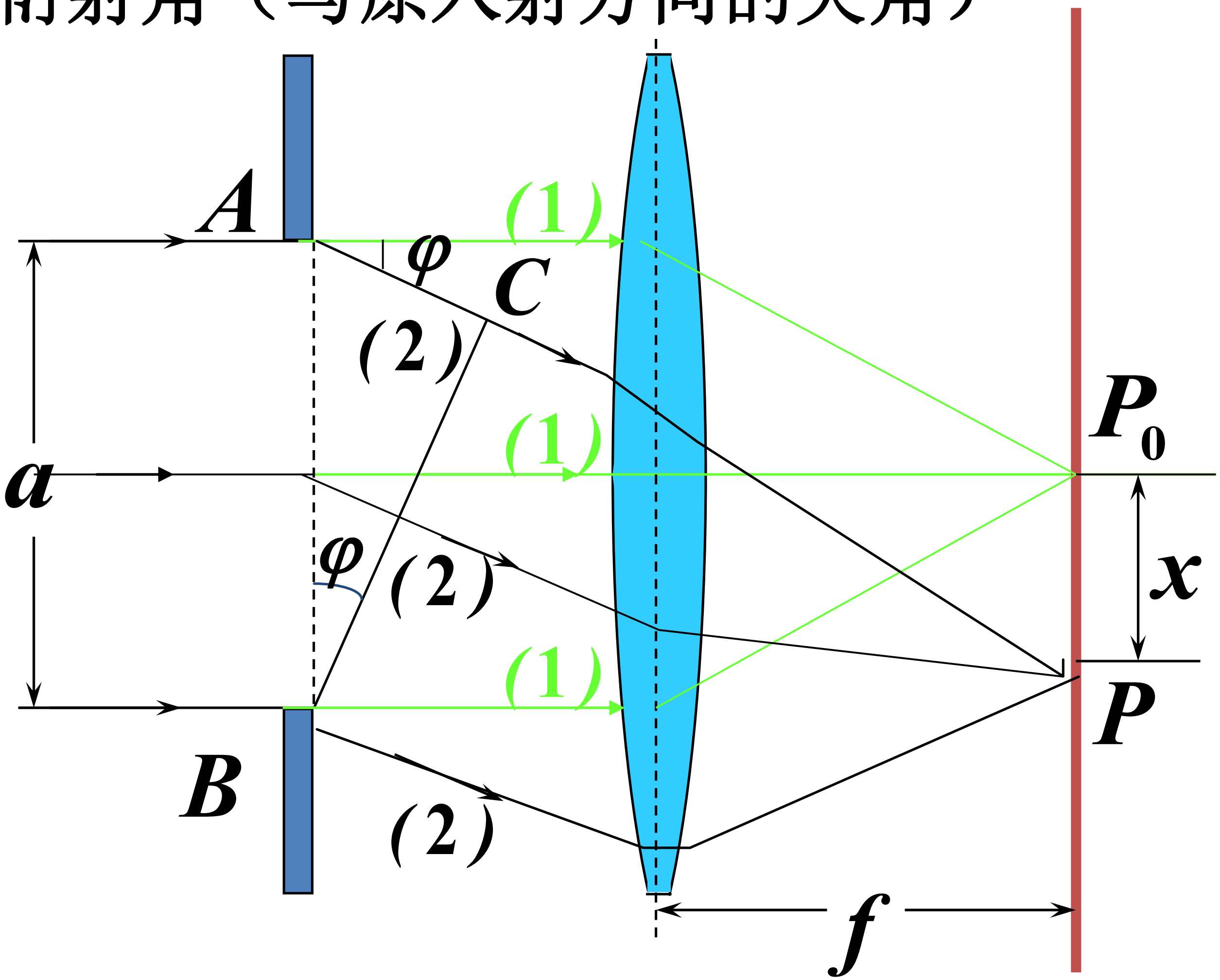
（二）菲涅耳半波带法

将衍射光束分成一组一组的平行光，每组中各平行光线具有相同的衍射角（与原入射方向的夹角）

（衍射角φ：向上为正，向下为负．）

$$AC = a\sin\varphi$$

衍射角不同，最大光程差不同，P点位置也不同，光的强度分布取决于最大光程差

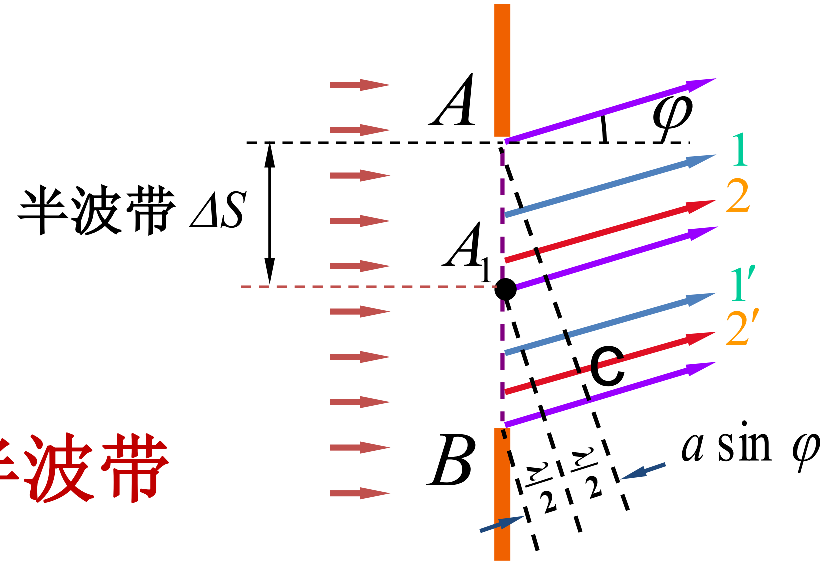


$\varphi = 0 \quad \Delta = 0$ 对应中央明纹中心

用 $\frac{\lambda}{2}$ 去分 Δ，设 $\Delta = N \cdot \frac{\lambda}{2}$

相邻平面间的距离是入射单色光的半波长

对应的单缝 a 被分为 N 个半波带



狭缝波面上半波带的数目为 $N = (a \sin \varphi) \Big/ \frac{\lambda}{2}$

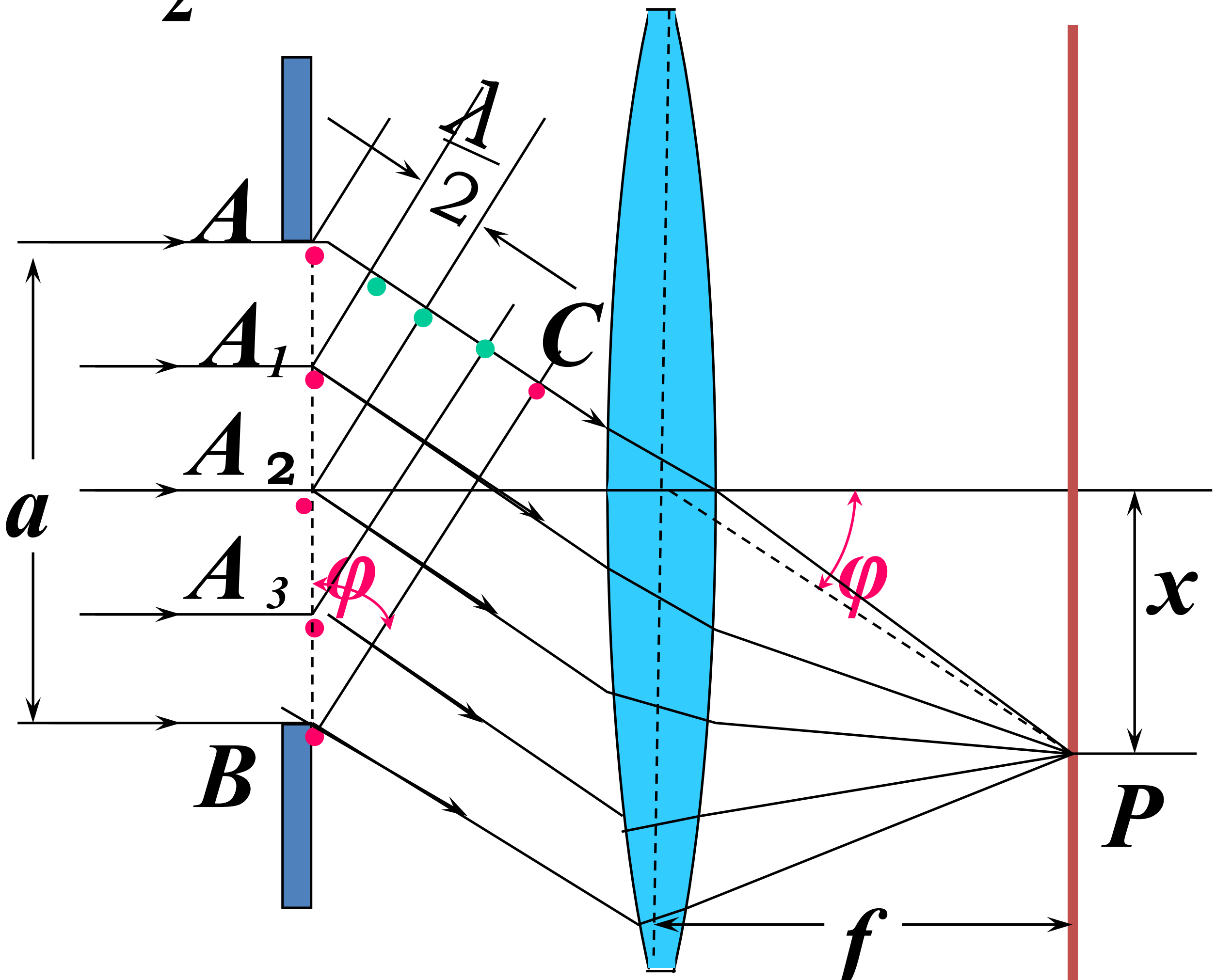
任何两个相邻波带上对应点所发出的光线到达屏的光程差均为半波长（即位相差为π），在 P 点会聚时将一一抵消。

相邻两半波带中对应光　　　　线

$\Delta = \dfrac{\lambda}{2}, \quad \Delta\varphi = \pi$

AB面分成偶数个半波带：

$$AC = a\sin\varphi = 4\cdot\frac{\lambda}{2}$$

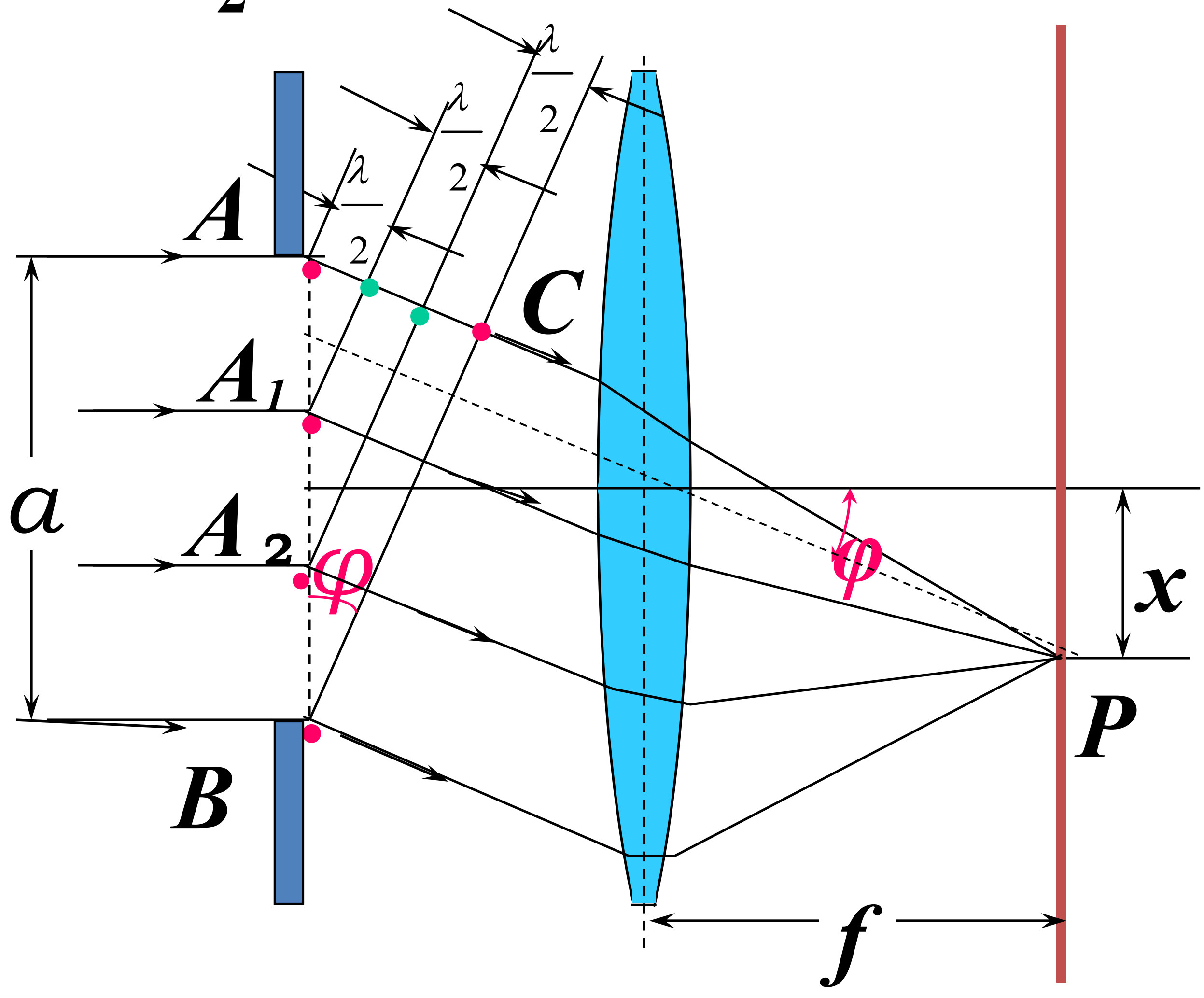


两两相消，
屏上相聚
点为暗纹

AB面分成奇数个半波带

$$AC = a\sin\varphi = 3\cdot\frac{\lambda}{2}$$

剩下一个半波带中的衍射光线未被抵消



对应的屏上相聚点为明纹中心

结论：分成偶数半波带为暗纹。

分成奇数半波带为明纹。

$$\begin{cases} a\sin\varphi = 0 & \text{中央明纹中心} \\ a\sin\varphi = \pm 2k\dfrac{\lambda}{2} = \pm k\lambda & \text{干涉相消（暗纹）} \\ a\sin\varphi = \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{干涉加强（明纹中心）} \\ a\sin\varphi \neq k\dfrac{\lambda}{2} & \text{介于明暗之间} \end{cases}$$

$2k$ 个半波带

$2k+1$ 个半波带

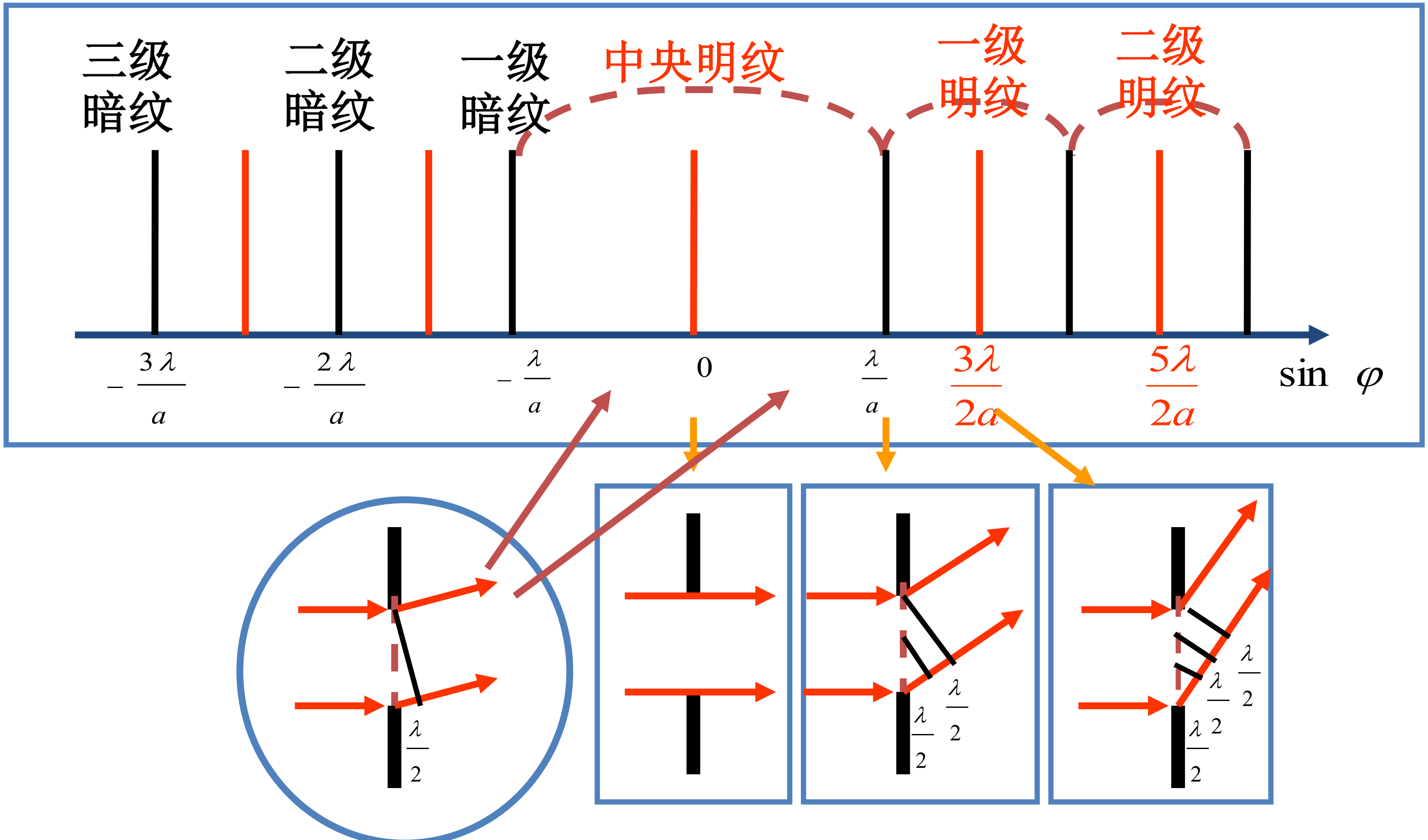
$(k = 1, 2, 3, \cdots)$

正、负号表示衍射条纹对称分布于中央明纹的两侧

对于任意衍射角，单缝不能分成整数个半波带，在屏幕上光强介于最明与最暗之间。

[用半波带法求得暗纹位置条件是 $a\sin\varphi = \pm k\lambda\ (k = 1, 2, \cdots)$ 是准确的，而亮纹条件 $a\sin\varphi = \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}\ (k = 1, 2, \cdots)$ 是近似的]

单缝衍射明暗纹条件中 k 值为什么不能取零？

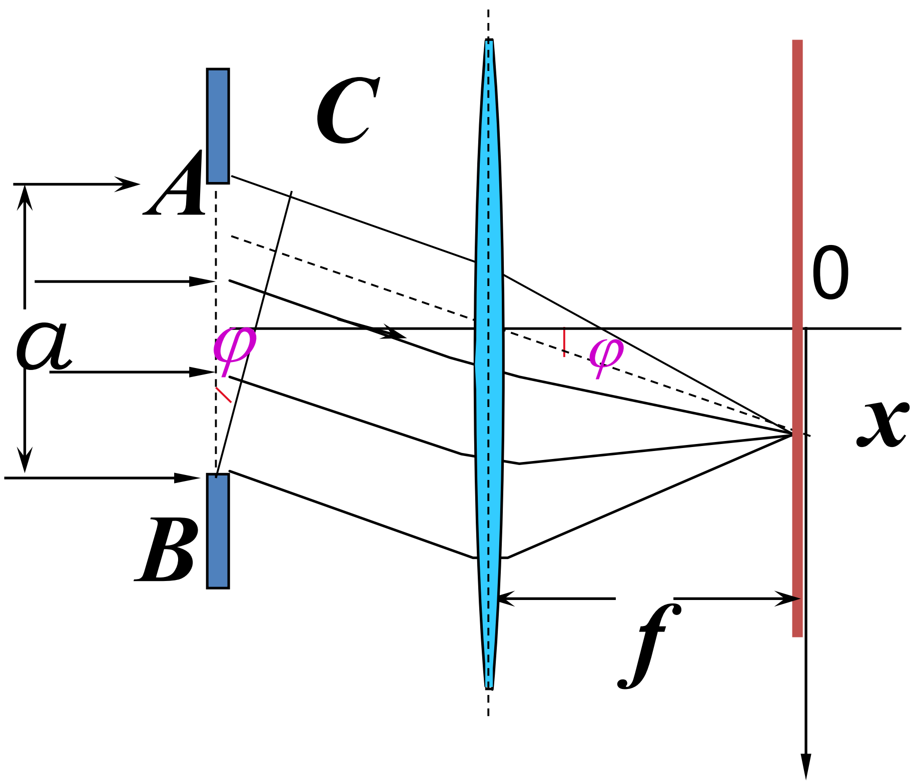


暗纹公式中 $k=0$ $\Delta=0$ 为中央明纹中心，不是暗纹

明纹公式中 $k=0$ $\Delta=\frac{\lambda}{2}$ 仍在中央明纹区内，不是明纹中心

讨论

1. 条纹位置 x



$$a\sin\varphi \approx a\tan\varphi = a\frac{x}{f}$$

坐标与明暗纹的关系

$$x = 0$$ 中央明纹中心

$$x = \pm\frac{f}{a}k\lambda$$ 暗纹

$$x = \pm(2k+1)\frac{\lambda f}{2a}$$ 明纹中心

$$(k = 1, 2, 3, \cdots)$$

2. 中央亮纹宽度

中央两侧第一暗条纹之间的区域，称作零级（或中央）明纹，它满足条件：$-\lambda < a\sin\varphi < \lambda$

亮纹较宽，以暗纹位置作为标记，在中央明纹两侧第一级暗纹之间的宽度，即是中央亮纹的宽度

$$a\sin\varphi_0 \approx a\,tg\varphi_0 = a\frac{x}{f} = \pm\lambda$$ （一级暗纹条件）➔坐标 $$x = \pm\frac{f\lambda}{a}$$

$$\Delta x_0 = 2f\tan\varphi_0 = \frac{2f\lambda}{a}$$ 中央亮纹线宽度

$$\varphi_0 \approx \tan\varphi_0 = \frac{\lambda}{a}$$ 中央亮纹半角宽度

变化？

3.其它相邻两衍射暗条纹间距

条纹在接收屏上的位置

$$\boxed{x = k\lambda \cdot f / a} \quad k = \pm 1, \pm 2 \cdots$$ 暗纹中心

$$\boxed{x = (2k+1)\lambda \cdot f / 2a}$$ 明纹中心

$$x_k = \frac{kf\lambda}{a} \qquad x_{k+1} = \frac{(k+1)f\lambda}{a}$$

变化？

$$\Delta x = x_{k+1} - x_{k+1} = \frac{f\lambda}{a}$$

其它各级明条纹的宽度为中央明条纹宽度的一半。

4. 条纹随 λ, a 的分布

λ 一定时

由 $\boldsymbol{\Delta x_0 = 2\lambda f/a}$， $\boldsymbol{\Delta x = \lambda f/a}$ 看出，缝越窄（ a 越小），条纹分散得越开，衍射现象越明显（但 a 太小，光强太弱，条纹不清晰）；反之，条纹向中央靠拢。

当 a 大于 λ，但又大得不是很多时会出现明显的衍射现象。

当缝宽比波长大很多时，形成单一的明条纹，这就是

透镜所形成线光源的象。显示了光的直线传播的性质。

a 一定时

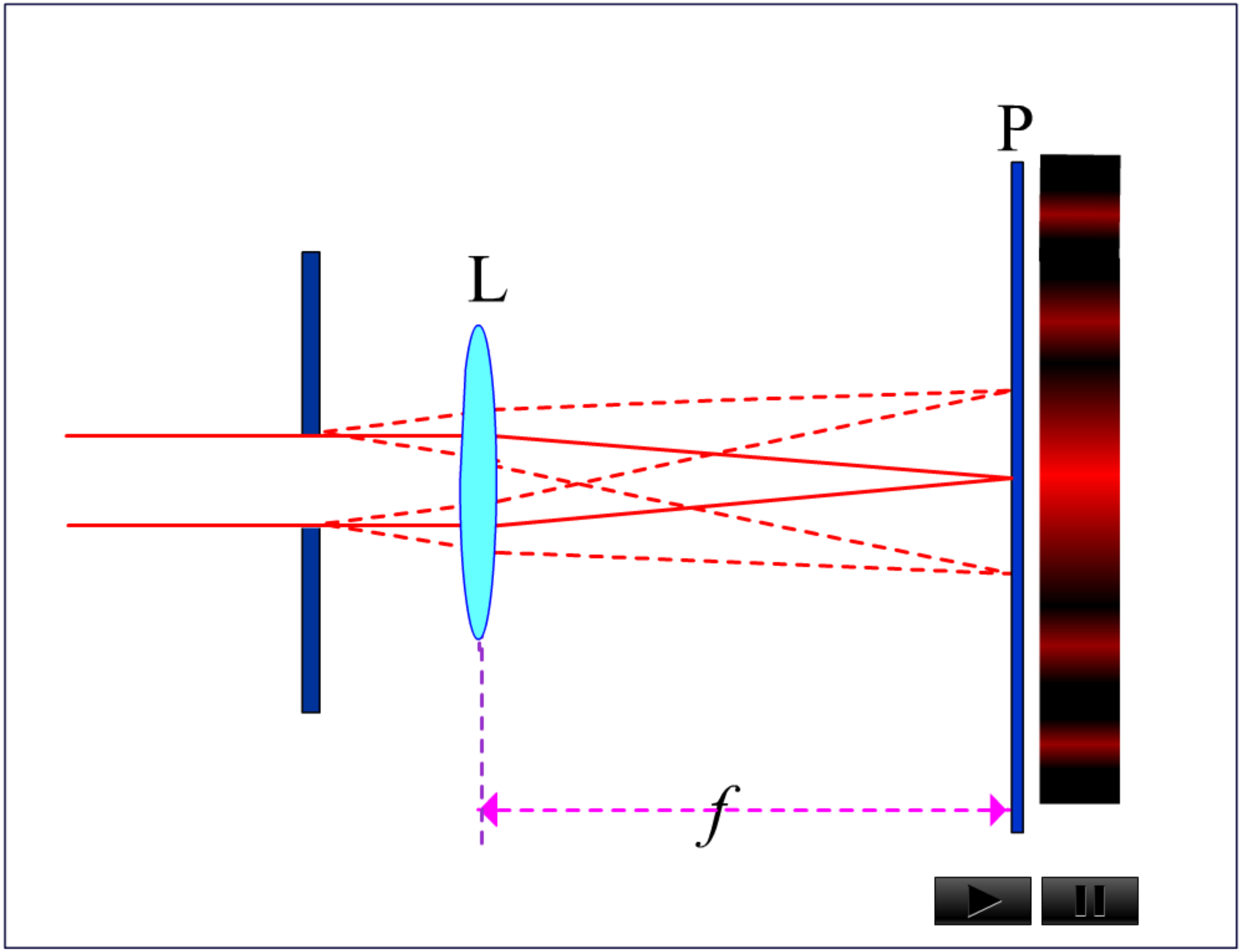
$\lambda \uparrow \quad \Delta x \uparrow$

白光照射，中央白色，其余明纹形成内紫外红光谱(该衍射图样称为衍射光谱)，高级次重叠。

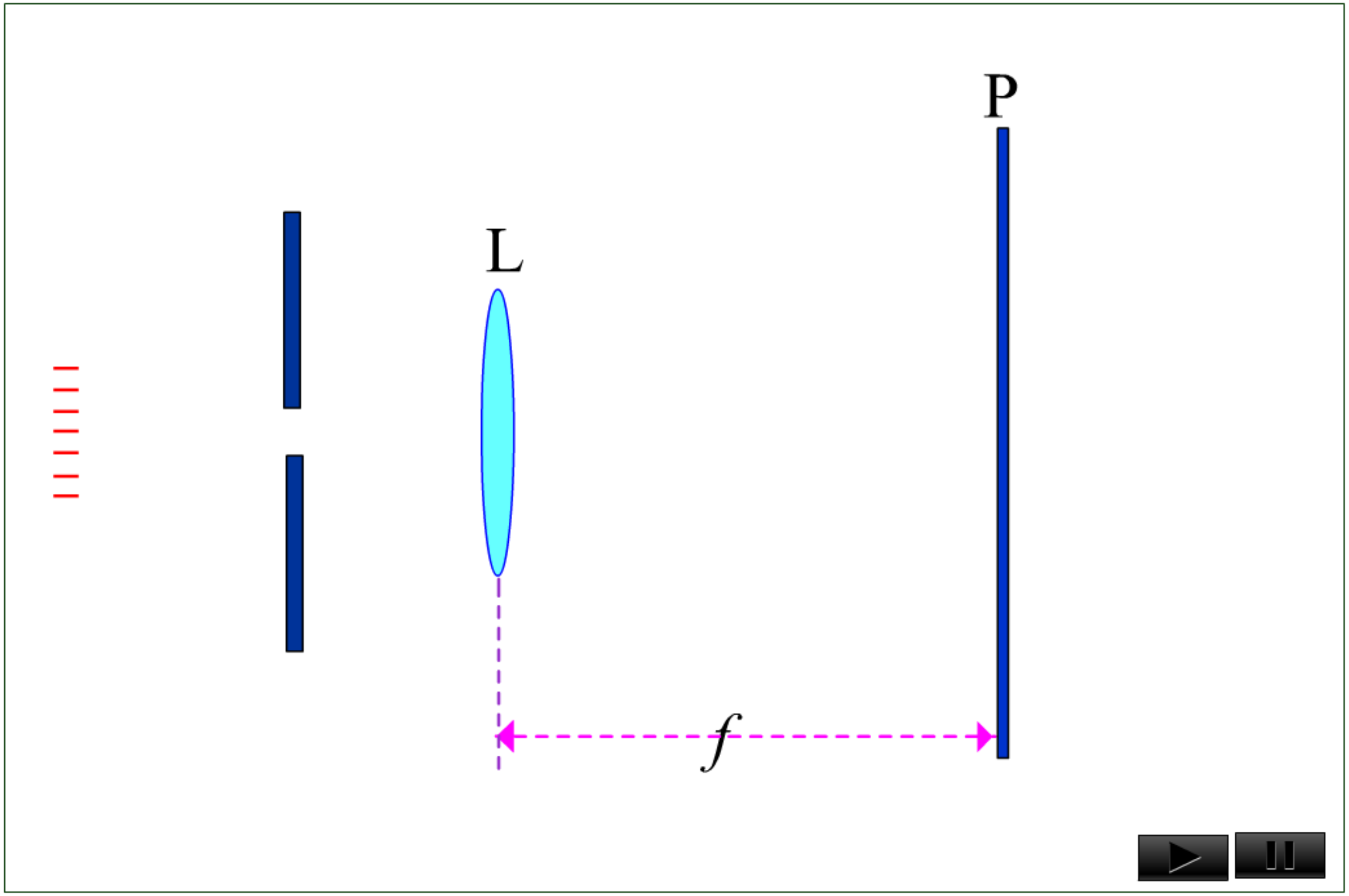
$\lambda \downarrow \quad \Delta x \downarrow$

浸入液体中、条纹变密。

◈ 单缝宽度变化，中央明纹宽度如何变化？



◆ 入射波长变化，衍射效应如何变化 ？



λ 越大，衍射效应越明显.

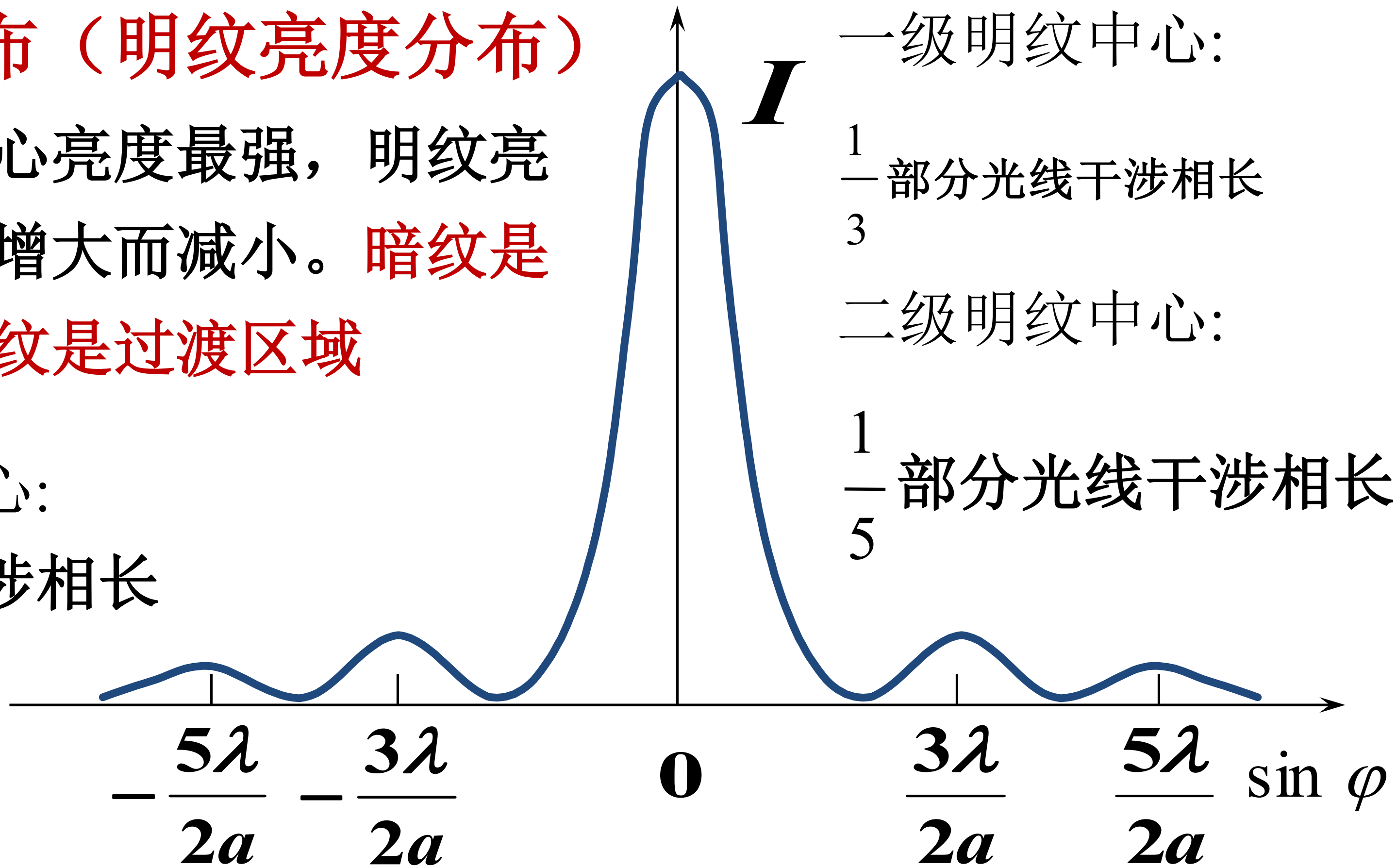
5. 光强分布（明纹亮度分布）

中央明纹中心亮度最强，明纹亮度随级数的增大而减小。暗纹是绝对的，明纹是过渡区域

中央明纹中心:
全部光线干涉相长

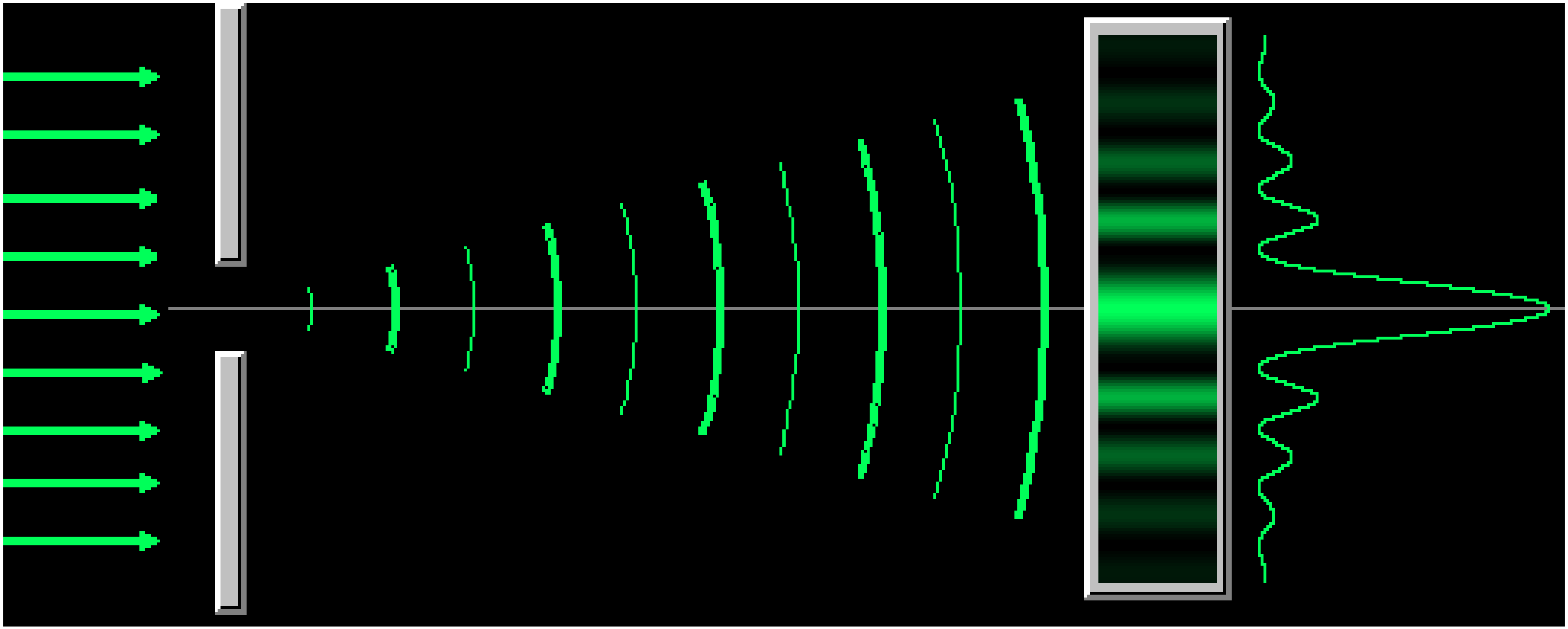
一级明纹中心:
$\frac{1}{3}$部分光线干涉相长

二级明纹中心:
$\frac{1}{5}$部分光线干涉相长



当φ角增加时，半波带数增加，未被抵消的半波带面积减少，所以光强变小；

另外，当：$\varphi\uparrow \Rightarrow \underbrace{f(\varphi)}_{\text{倾斜因子}}\downarrow \Rightarrow E_0\downarrow \Rightarrow I\downarrow$

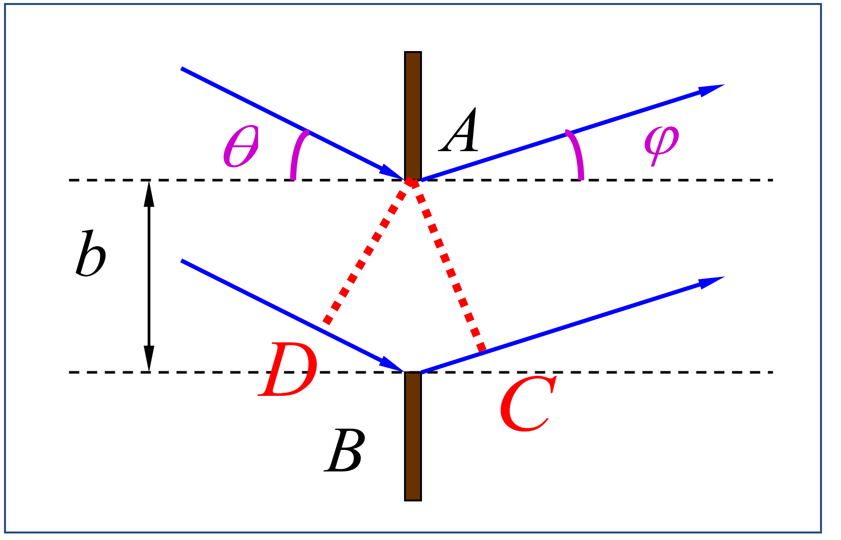


6.入射光非垂直入射时光程差的计算

$$\Delta = DB + BC$$

$$= a(\sin\theta + \sin\varphi)$$

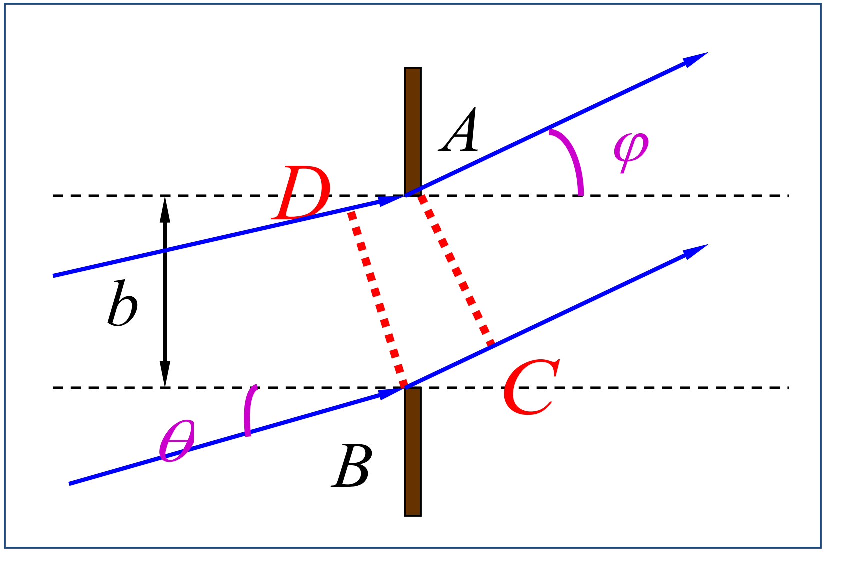
（中央明纹向下移动）



$$\Delta = BC - DA$$

$$= a(\sin\varphi - \sin\theta)$$

（中央明纹向上移动）

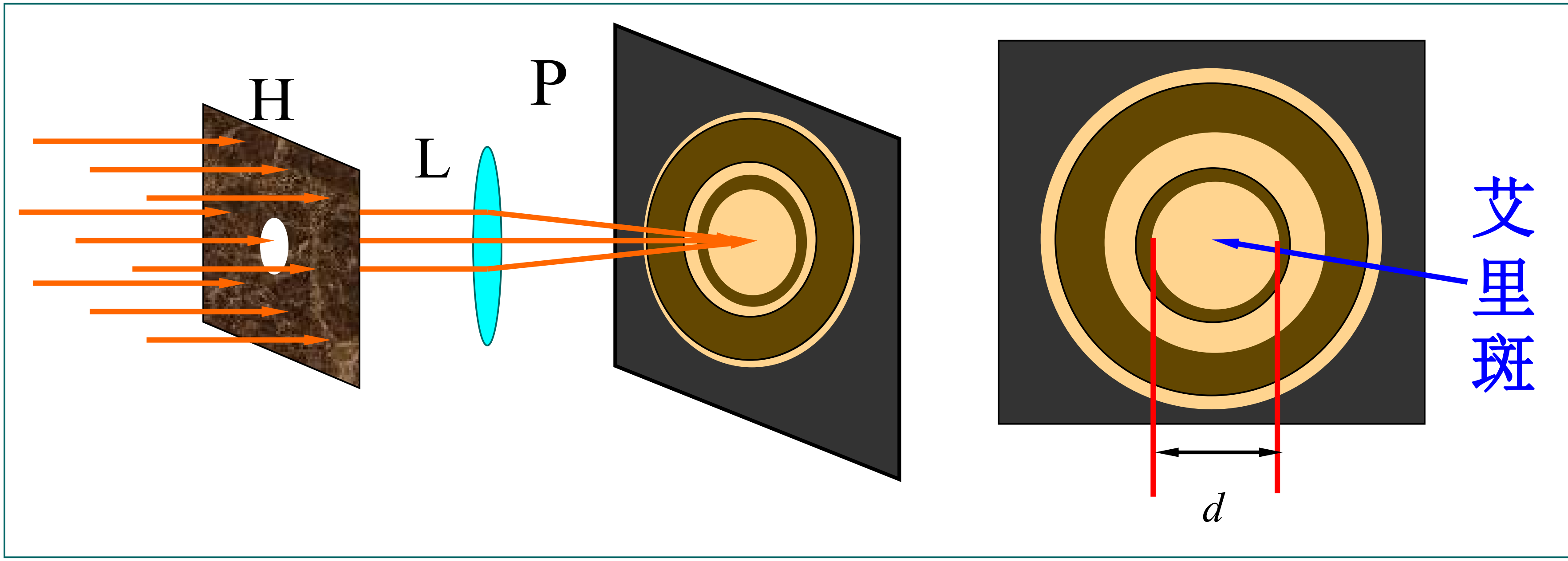


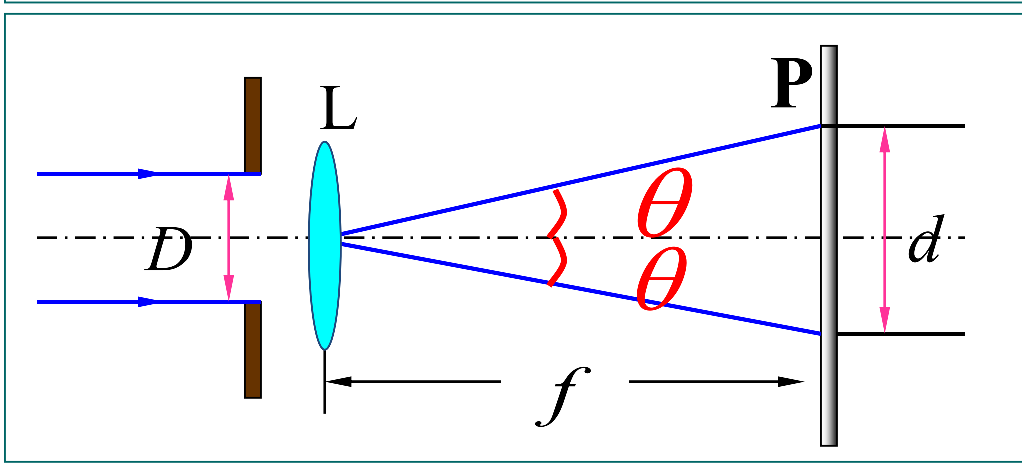
大学物理（下）

14　波动光学

14.7 圆孔衍射 光学仪器的分辨本领

一　圆孔衍射





第一暗环所围成的中央光斑称为艾里斑

艾里斑半径$d/2$对透镜光心的张角称为艾里斑的半角宽度

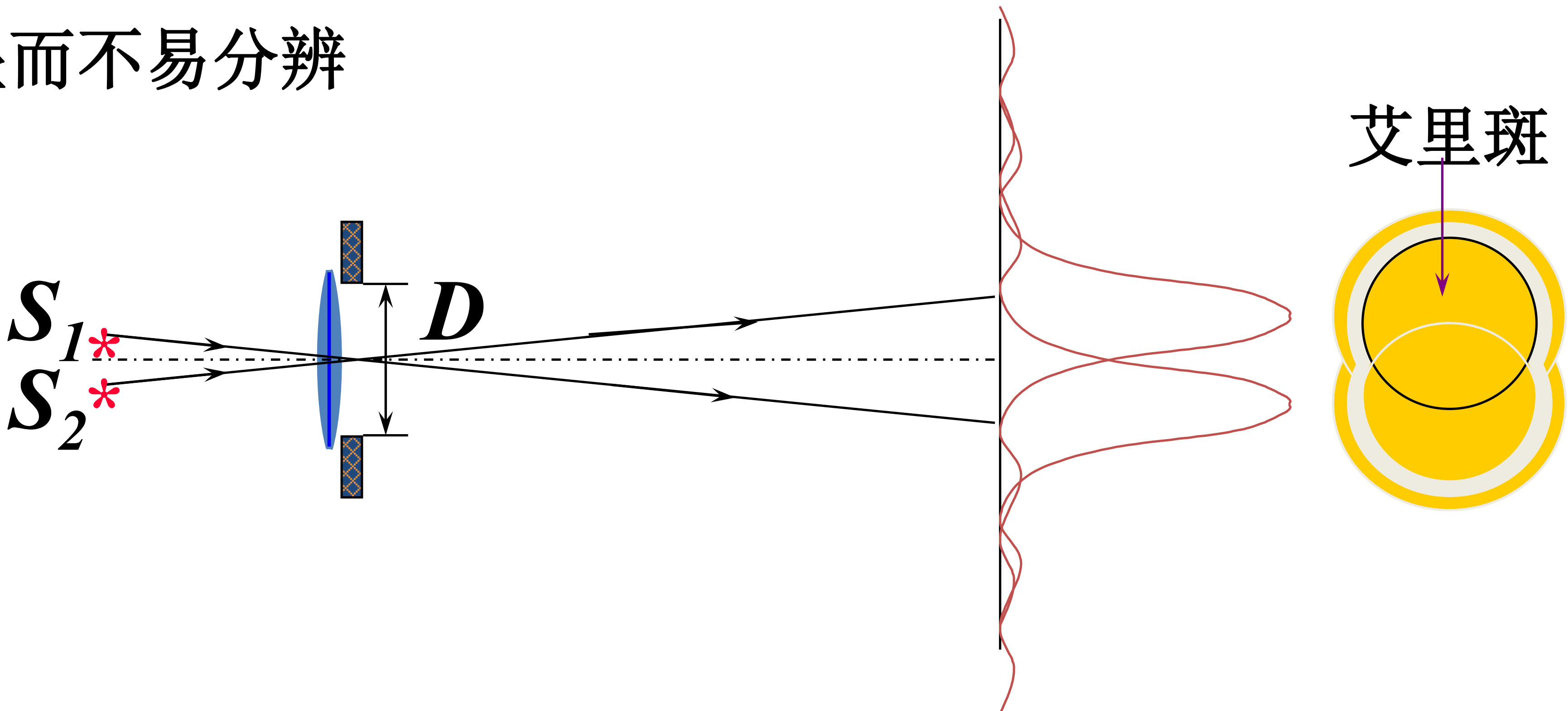
$$\theta \approx \sin\theta = \frac{d}{2}/f = 1.22\lambda/D$$

二　光学仪器的分辨率

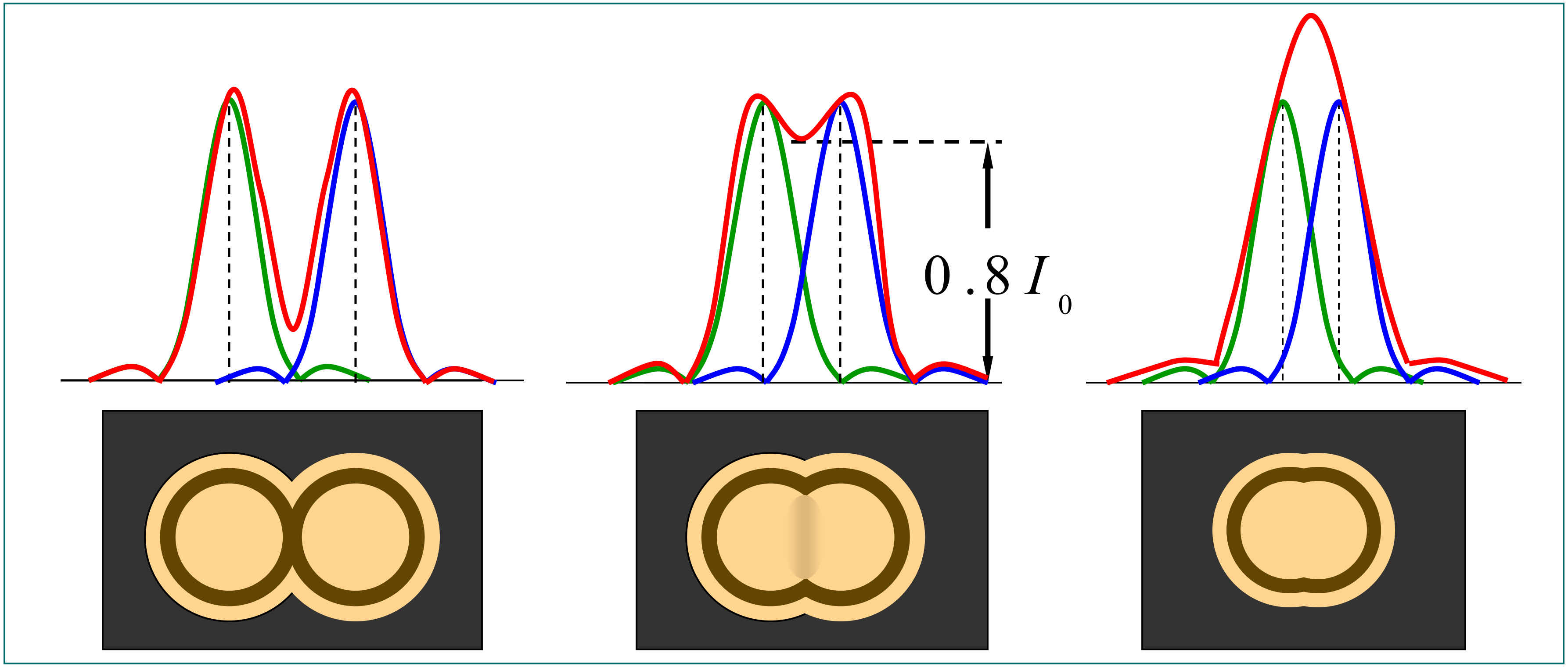
（两光点刚好能分辨）

点光源经过光学仪器的小圆孔后，由于衍射的影响，所成的象不是一个点而是一个明暗相间的圆形光斑。

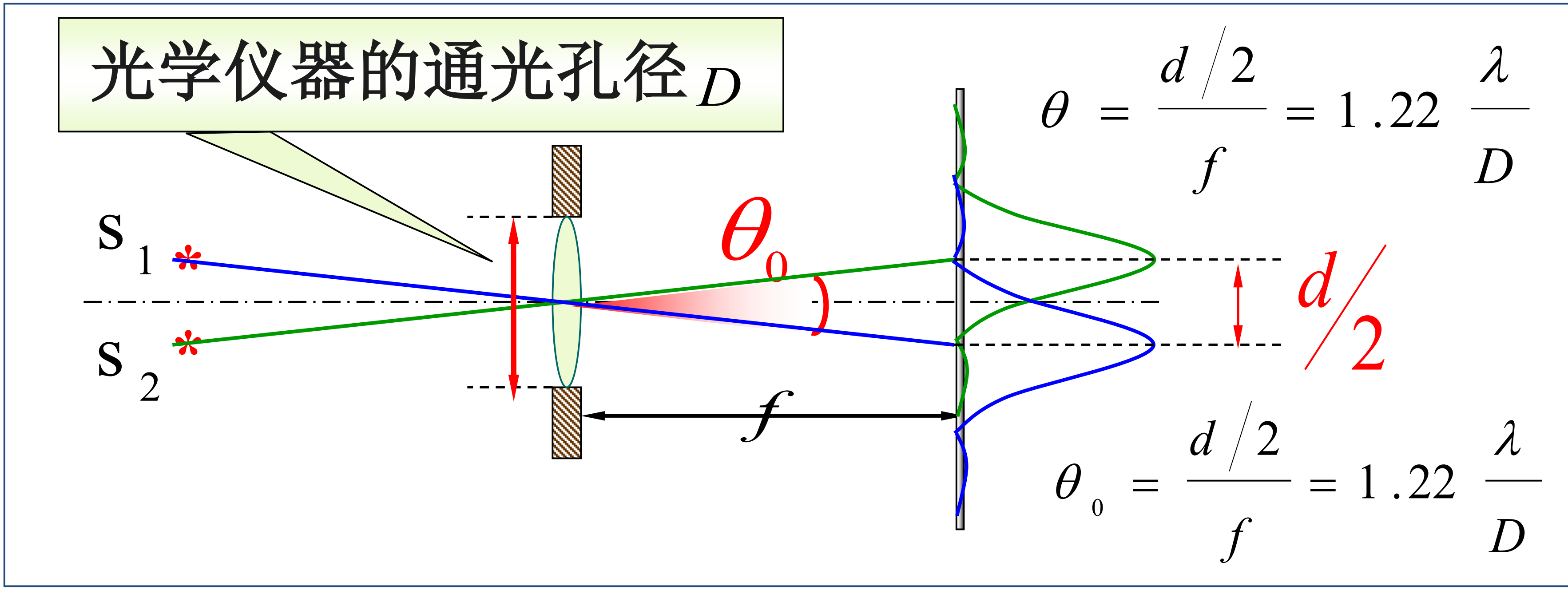
若两物点距离很近，对应的两个艾里斑可能部分重叠而不易分辨



瑞利判据



对于两个强度相等的不相干的点光源（物点），一个点光源的衍射图样的**主极大**刚好和另一点光源衍射图样的**第一极小**相**重合**，这时两个点光源（或物点）恰为这一光学仪器所分辨.



在恰能分辨时，两个点光源在透镜前所张的角度，称为最小分辨角 θ_0，等于艾里斑的半角宽度。

$$\theta_0 = 1.22\lambda / D$$

光学仪器分辨率 $= \frac{1}{\theta_0} = \frac{D}{1.22\lambda} \propto D, \frac{1}{\lambda}$

- **14-5 光的衍射**
- **14-6 单缝衍射**

练习和例题

例　在单缝夫琅和费衍射实验中，屏上第三级暗纹对应的单缝处波面可划分为 ＿6＿个半波带，若将缝宽缩小一半，原来第三级暗纹处将是

第一级亮纹

（1）暗纹→偶数个半波带且

$2k \cdot \frac{\lambda}{2}$

又 $k = 3$

→$2k = 6$

（2）第三级暗纹 $asin\theta = 2k \cdot \frac{\lambda}{2}$ 其中$k = 3$

又缝宽$b = \frac{a}{2}$，上式两边同除以 2

→$bsin\theta = 3 \cdot \frac{\lambda}{2}$

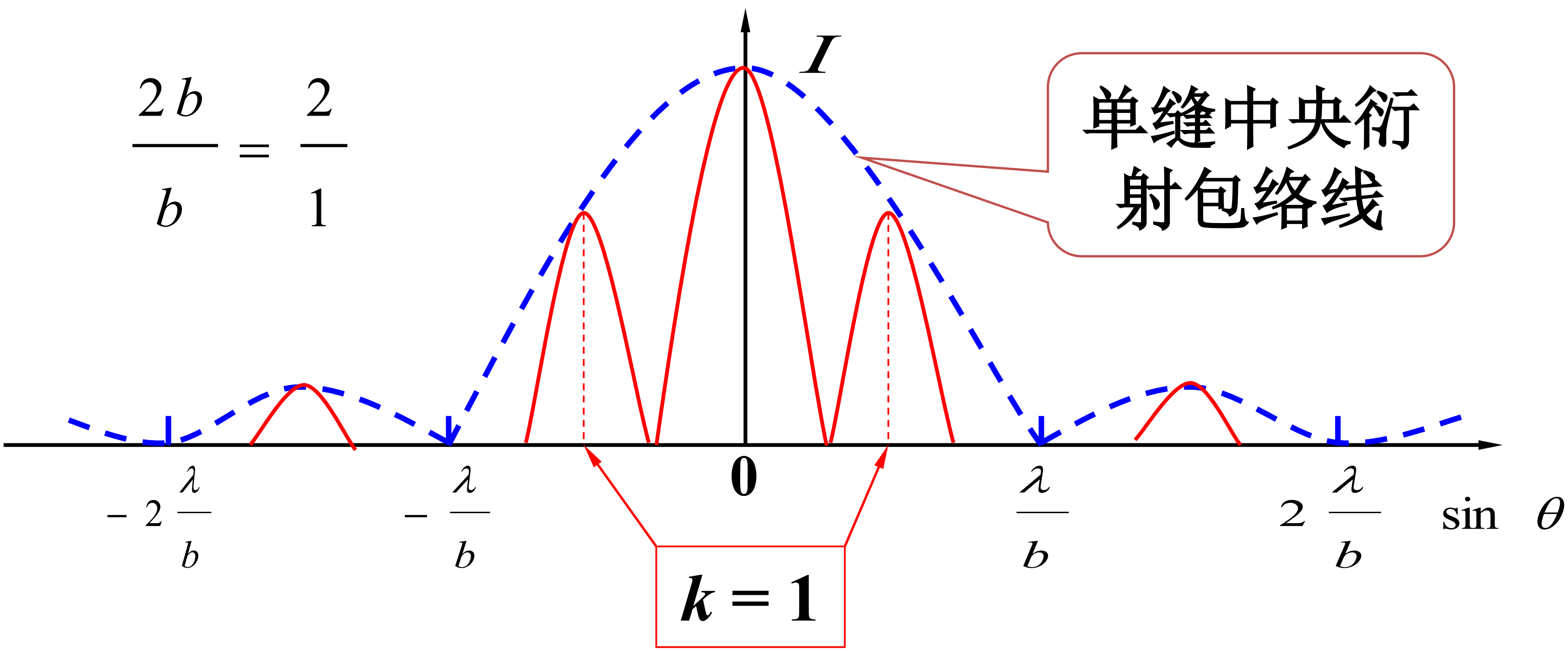
→奇数→明纹

→$2k' + 1 = 3$

→$k' = 1$

例　双缝的缝宽为b，缝间距为$2b$（缝的中心点的间隔），则单缝中央衍射包络线内明条纹有

（1）1条；（2）3条；（3）4条；（4）5条



例1 一束波长为λ=500nm的平行光垂直照射在一个单缝上。(1)已知单缝衍射的第一暗纹的衍射角$\varphi_1=30^0$，求该单缝的宽度a=? (2)如果所用的单缝的宽度$a=0.5mm$，缝后紧挨着的薄透镜焦距$f=1m$，求：(a)中央明条纹的角宽度；(b)中央亮纹的线宽度；(c) 第一级与第二级暗纹的距离；

解：(1) $a\sin\varphi = \pm k\lambda \ (k = 1,2,3\cdots)$

第一级暗纹 $k=1, \varphi_1=30^0$

$$a = \frac{\lambda}{\sin\varphi_1} = 500 \times 2 = 1000nm = 1.0\mu m$$

一束波长为λ=500nm的平行光垂直照射在一个单缝上。(2)如果所用的单缝的宽度*a*=0.5*mm*，缝后紧挨着的薄透镜焦距*f*=1*m*，求：(*a*)中央明条纹的角宽度；(*b*)中央亮纹的线宽度；(*c*) 第一级与第二级暗纹的距离；

(*a*) $\varphi_0 \approx \sin\varphi_0 \approx \tan\varphi_0 = \dfrac{\lambda}{a}$ 中央亮纹半角宽度

$$\therefore \Delta\varphi_0 \approx \frac{2\lambda}{a} = 2\times\frac{0.5\mu m}{0.5\times 10^3 \mu m} = 2\times 10^{-3} rad$$

(*b*) $\Delta x_0 = \dfrac{2f\lambda}{a} \approx f\Delta\varphi_0 = 2\times 10^{-3} m = 2mm$

(*c*) $\Delta x_{21} = \dfrac{1}{2}\Delta x_0 = 1mm$ （即：一级明纹宽度）

一束波长为λ=500nm的平行光垂直照射在一个单缝上。 *a=0.5mm*，*f=1m* (3) 如果在屏幕上离中央亮纹中心为*x=3.5mm*处的*P*点为一亮纹，试求(*a*)该*P*处亮纹的级数；(*b*)从*P*处看，对该光波而言，狭缝处的波阵面可分割成几个半波带？

(a) $x=(2k+1)\lambda\cdot f/2a$ $\quad \boldsymbol{k}=\dfrac{\boldsymbol{ax}}{\boldsymbol{\lambda f}}-\dfrac{1}{2}=3$

(*b*) 当*k*=3时，光程差

$$a\sin\varphi=(2k+1)\frac{\lambda}{2}=7\cdot\frac{\lambda}{2}$$

狭缝处波阵面可分成7个半波带。

例2 一单色平行光垂直入射一单缝，其衍射第三级明纹位置恰好与波长为 600 nm 的单色光垂直入射该缝时衍射的第二级位置重合，试求该单色光的波长.

解

$$b\sin\theta = (2k_1 + 1)\frac{\lambda_1}{2}$$

$$b\sin\theta = (2k_2 + 1)\frac{\lambda_2}{2}$$

$$k_1 = 3,\quad k_2 = 2,\quad \lambda_2 = 600\ \text{nm}$$

$$\lambda_1 = \frac{2k_2 + 1}{2k_1 + 1}\lambda_2 = \frac{5 \times 600}{7} = 428.6\ \text{nm}$$

作业

- P209：25；26；

版权声明